אקונומטריקה למתקדמים א' 66-819

תרגיל מס' 3

שאלה 1

נתונים:

$$n = 5 \qquad \sum_{i=1}^{5} X_i = 50 \qquad \sum_{i=1}^{5} Y_i = 60$$

$$\sum_{i=1}^{5} X_i^2 = 600 \qquad \sum_{i=1}^{5} Y_i^2 = 800 \qquad \sum_{i=1}^{5} X_i Y_i = 680$$

I. המודל $Y = X \quad + u$ והוא כולל חותך. (מטריצת המסבירים X היא מסדר גודל $n \times 2$)

חשבו את ערכי הביטויים הבאים:

1. $X'X$
2. $X'Y$
3. $Y'Y$
4. $(X'X)^{-1}$
5. $i'X$
6. $(X'X)^{-1} X'Y$
7. $r(X)$
8. $r(X'X)$

לסעיף 5: i הוא סימון מקובל לווקטור שכל ערכיו שווים ל-1.

לסעיף 8: היעזרו במשפטים $r(A') = r(A)$ ו- $r(AB) = \min\{r(A), r(B)\}$.

II. המודל $Y = X \quad + u$ והוא איננו כולל חותך. (מטריצת המסבירים X היא מסדר גודל $n \times 1$)

חשבו את ערכי הביטויים שבסעיף הקודם.

שאלה 2

$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}$ הוא וקטור של מ"מ.

1. השונות של u היא מטריצה $V(u) = E\left[\left(u - E(u)\right)\left(u - E(u)\right)'\right]$.

   מהו סדר הגודל שלה ומה משמעות כל אחד מהאיברים בה?

2. מהי $V(u)$ אם התוחלת של כל u_i שווה ל-0 והשונות של כל u_i שווה ל- $\pm^{2}$?

3. מהי $V(u)$ אם גם ידוע ש- $u_1 , \dots , u_n$ הם מ"מ ב"ת?

4. $a' = \left(a_1 \; \dots \; a_n\right)$ הוא וקטור של קבועים.

   השונות של המכפלה הסקלרית $a'u$ היא תבנית ריבועית:

$$V(a'u) = E\left[\left(a'u - E(a'u)\right)\left(a'u - E(a'u)\right)'\right]$$

$$= E\left[\left(a'u - a'E(u)\right)\left(a'u - a'E(u)\right)'\right]$$

$$= E\left[a'\left(u - E(u)\right)\left(a'(u - E(u))\right)'\right]$$

$$= E\left[a'\left(u - E(u)\right)\left(u - E(u)\right)'a\right]$$

$$= a'E\left[\left(u - E(u)\right)\left(u - E(u)\right)'\right]a = a'V(u)a$$

מהי התוחלת והשונות של $4u_1 + 2u_2 - 6u_3$, אם התוחלת של כל u_i שווה ל-0,

השונות של כל u_i שווה ל- $\pm^{2}$ ו- $u_1 , \dots , u_n$ הם מ"מ ב"ת?